

共振演示仪的数字化研究

瞿路遥 李金欢 李成金

(苏州大学文正学院, 江苏 苏州 215104)

摘要: 本文通过对传统共振演示仪植入单片机及光电器件测量周期性策动力频率, 实现了共振演示仪共振频率的数字化测量. 对于固定的共振系统, 不仅可以实时测量策动力频率、共振频率, 而且在课堂演示中可以迅速、准确地复现不同频率下的共振现象. 此外, 通过将竖直钢条改为水平放置, 实现了一端固定钢条弯曲振动共振演示与定量化研究, 通过实际测量验证了文献[1]给出的相关结论, 同时给出了一种测量材料杨氏模量的低成本简单方法.

关键词: 共振; 单片机; 杨氏模量; 策动力频率

共振是比较常见的物理现象, 共振现象的课堂演示是许多物理教师向学生展示物理现象而普遍采用的经典方法. 这种实验简单易行、物事理清、容易复现. 然而传统的演示仪器, 尽管可以调整策动力频率使系统出现共振, 但由于缺乏定量化或数字化的设备, 使调整过程比较漫长, 不仅导致学生失去耐心, 兴趣减弱, 也占用不少课堂时间. 因此, 本文尝试实现共振演示仪的数字化测量.

1 仪器设备改进

1.1 原装置所存在的问题

图 1 是比较常见的共振演示仪, 底座上边以螺丝杆 A 连接一个可以绕 A 轴转动的横梁. 横梁上边固定排列了几根钢条(丝), 同时固定一偏轴马达, 马达用专用电源(图中未画出)供电, 下边用弹簧支撑.

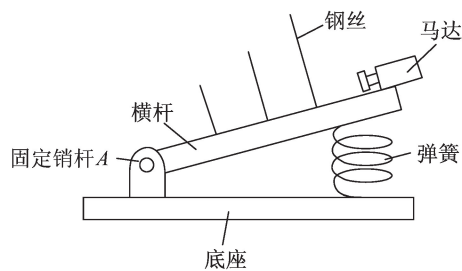


图 1

偏轴马达通过电源的输出电压调速, 马达额定转速为 3500 r/min, 因此可以产生 0~58 Hz 频率连续可调的周期策动力. 该仪器存在 3 点不足: 第一, 结构不稳定, 例如因振动螺丝 A 容易松动、

脱落, 并产生左右的横向摆动, 于是钢条振动变得复杂; 第二, 电源输出电压不稳, 电源的针式电压表显示数据不稳定; 第三, 设备无转速或频率显示, 难以快速准确实现共振.

1.2 设备改进

对设备进行了 3 点改进: 第一, 更换固定销杆 A, 用带有螺纹的螺丝 B 替换销杆 A, 并用螺母将其固定好, 防止脱落及左右横向摆动; 第二, 将竖直放置的钢条(丝)改为水平放置, 以便验证文献[1]中的理论结果; 第三, 在马达上边加装光电探测装置及单片机, 以便实时测量策动力频率. 改进后的实验装置俯视图如图 2 所示.

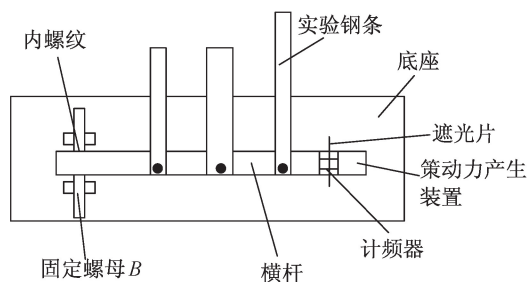


图 2

2 一端固定钢条弯曲振动的共振

图 3 是一根左端固定, 右端自由的水平放置钢条. 当固定端随支撑体一起振动时,

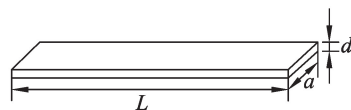


图 3

支撑体通过固定端对钢条施加策动力, 钢条在策动力的激励下做受迫振动. 为了便于实验与分析,

我们把钢条(本实验中采取材质为 65 锰钢)看做质地均匀的条形长方体,设其长度为 L ,宽度为 a ,厚度为 d ,截面积 $S=ad$,密度为 ρ ,杨氏模量(或屈服强度)为 E .通过解波动方程给出在形成驻波时的波数为^[1]

$$k_n = \frac{\pi\beta_n}{L}. \quad (1)$$

其中 L 为钢条长度, k_n 为 n 倍频波数, β_n 是跟 n 倍频相关的系数,且 $\beta_1 = 0.597$, $\beta_2 = 1.494$, $\beta_3 = 2.500$, $\beta_n = n - \frac{1}{2}$ ($n > 4$).

钢条的固有原频率(n 倍频)为

$$\omega_n = \sqrt{\frac{Elk_n^4}{\rho S}} = \frac{\pi^2\beta_n^2}{L^2} \sqrt{\frac{El}{\rho S}}. \quad (2)$$

换算可得钢条的杨氏模量为

$$E = \frac{\rho S \omega_n^2}{I k_n^4}. \quad (3)$$

其中 I 为物体的惯性矩,对于钢条,其惯性矩为

$$I = \frac{1}{12} a d^3. \quad (4)$$

综合式(3)、(4)式可得

$$E = \frac{12\rho\omega_n^2}{k_n^4 d^2} = \frac{48\rho\pi^2 f_n^2}{k_n^4 d^2}. \quad (5)$$

其中 f_n 是固有频率.由式(5)可知杨氏模量 E 与钢条的宽度 a 无关.

3 策动力频率的数字化测量

在周期性策动力作用下实现钢条的共振,由遮光片、测速传感器电路和槽型光耦模块共同组成一单片机系统,且通过单片机自编程序,从而实现电机转速的直接测量.该计数系统通过遮光片与槽型光耦模块产生计数电压与信号,经过双电压比较器集成电路 LM393 在较短的时间内产生转换周期震荡,以实现较为灵敏的计数,从而组成简易的测速传感器电路,测速传感器电路如图 4 所示.

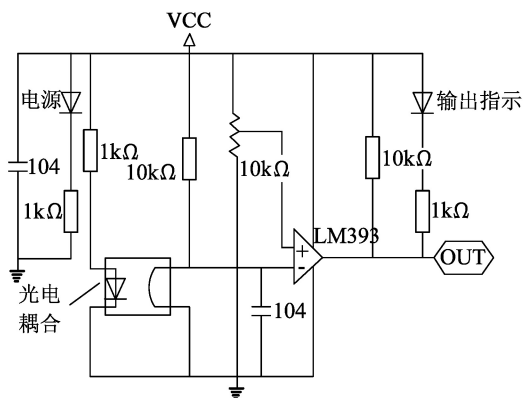


图 4

4 实验操作与数据分析

4.1 实验操作与初步成果

将密度 ρ 已知的材质做成条状,固定于横梁上,并测量其厚度 d .开动共振仪,调整输出电压,马达转速(策动力频率)随之改变,数码管中随时显示策动力频率.当策动力频率合适时,钢条达到稳定的共振状态,并形成驻波.此时可以在数码管中读取共振频率,初步实现了共振的数字化演示与定量测量.本设备实物如图 5 所示.



图 5

此外,应用本实验仪器及上述公式(5)可以拓展出其他延伸实验.例如,在上述共振状态下,读取共振频率,测量半波长并计算波数 k ,代入(5)式可以计算材料的杨氏模量 E .因此本实验设备可以作为低成本,精度较高的杨氏模量测量设备.笔者在电商处购买了 65 锰钢钢条,商家提供的杨氏模量 E (MPa)标准值为 520~690,密度 $\rho=7.9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$,通过不同钢条长度 L 、钢条厚度 d 、钢条宽度 a ,在不同策动力频率 f 下,产生共振驻波,测得了半波长($\lambda/2$),通过式(5)计算杨氏模量的数值,并与标准值作比较.数据发现本设备给出的数据与标准值十分接近,从而证明这个设备是可靠的.

表 1 钢条的测量数

	L/m	d/m	a/m	f/Hz	$\frac{\lambda}{2}/\text{m}$	$E/\text{N} \cdot \text{mm}^{-2}$
1	0.4920	0.0005	0.02	32.94	0.247	620.674.4
2	0.4920	0.0005	0.03	32.61	0.255	691.196.2
3	0.4920	0.0008	0.02	52.13	0.254	679.045.8
4	0.4920	0.0008	0.03	53.13	0.248	641.025.1
5	0.7860	0.0005	0.02	24.96	0.275	547.581.3
6	0.7860	0.0005	0.03	41.04	0.217	573960.9
7	0.7860	0.0008	0.02	40.6	0.282	625802.5
8	0.7860	0.0008	0.03	39.26	0.279	560668.2

4.2 数据比对与进一步分析

表 1 是不同长度,不同厚度的实际测量数据.

由此数据表可见:(1) 8 组杨氏模量实际测量与计算值均在标准范围内,证明了文献[1]给出公式(5)的可靠性;(2) 由组号 1 与 2、3 与 4、5 与 6、7 与 8 四组对比可知,在误差允许范围内,钢条宽度 a 对杨氏模量 E 没有影响,这与式(5)的结论是一致的.

5 结论与局限性

5.1 结论

通过本实验笔者得出如下结论.

(1) 本文通过单片机系统实现了共振演示仪的数字化,不仅解决了仪器的不稳定性问题,也实现了快速、准确地复现共振现象的目的,使教师在演示该现象时方便、快捷.

(2) 本文改进的实验不仅可以作为课堂演示实验,也可以开发为学生分组实验.

(3) 本实验设备可以作为简单易行,成本低廉的材料杨氏模量测量仪.

(4) 本实验进一步验证了一端固定水平钢条形成驻波时,波动方程求解的方法及正确性.

5.2 局限性

本实验还存在如下局限性.

(1) 钢条在做受迫振动时,阻尼系数对钢条振动幅度有一定影响,使实际测量具有一定难度,并带来一定误差.

(2) 受钢条自重的影响,钢条长度不同时,受力及弯曲程度不同,形成驻波时稳定性不是很好,使波长测量产生一定误差.

(3) 受策动频率的产生方式限制,策动率频率在 15 Hz 左右时,横向振动等其他方向的振动较强烈,影响实验效果,适当增大或减小策动力频率则可较大程度地减小误差.

参考文献:

- 1 路峻岭,汪荣宝. 对一端固定钢条弯曲振动共振的分析[J]. 大学物理,2005,24(12):29-31.
- 2 张宇亭,汪赵斌,王茂香. 弦振动实验中驻波波长的测量方法[J]. 实验科学与技术,2016,14(1):46-49.
- 3 郑家伟,李俊科,杨丽娜,李丹丹,邓伟胤,周晓明. 弦振动实验中驻波波长的测量方法[J]. 物理实验,2011,31(2):47-50.

(收稿日期:2016-09-23)